INSTITUTO TECNOLÓGICO DE VERACRUZ

Carrera:

Ingeniería Mecatrónica

Materia:

Mecanismos

Titular de la Materia:

Dr. José Antonio Garrido Natarén

Tema

Análisis de aceleración de mecanismos planos por métodos gráficos y analíticos

Equipo:

Tesla

Integrantes:

- Capetillo Vázquez José Ramón
- Mendo Tiburcio Mariano Efraín
- Quijano Mahé Ana Lilia
- Rentería Cruz Jorge Antonio
- Sánchez Javier Daniel Melchor
- Sánchez Valentino Michelle

H. Veracruz, Ver; de Septiembre del 2014

INTRODUCCION

Desde finales del siglo XIX hasta mediados del siglo XX, la ausencia de herramientas de cómputo obligó al desarrollo de métodos gráficos de análisis cinemático de mecanismos. Dentro de esta categoría se encuentran los métodos de Polígonos de velocidad y aceleración y los centros instantáneos de velocidad.

Aun cuando estos métodos son, ahora, más tediosos y menos exactos que aquellos métodos basados en el empleo de computadores digitales, es importante conocer estos métodos por varias razones. Por un lado, el método de los polígonos de velocidad y aceleración permite mostrar las tres fases de un análisis cinemático completo que incluye el análisis de posición, velocidad y aceleración de un mecanismo plano y de esa manera constituye una última oportunidad para repasar el fundamento de los métodos de velocidad y aceleración de mecanismos planos, un tema obligado en los cursos de Dinámica.

Por otro lado, el método de los centros instantáneos de velocidad proporciona una visión, al mismo tiempo, práctica y altamente reveladora que tiene aplicación en la cinemática espacial y la cinemática de engranajes.

ANÁLISIS DE ACELERACIÓN EN MECANISMOS PLANOS

La aceleración se define como la tasa de cambio de velocidad con respecto al tiempo; tal como la velocidad, la aceleración también es una cantidad vectorial. Las aceleraciones pueden ser angulares o lineales. La aceleración angular será denotada como **α** y la aceleración lineal como **A**.

$$\boldsymbol{\alpha = \frac{d\omega}{dt}} \qquad\qquad \boldsymbol{A = \frac{dV}{dt}}$$

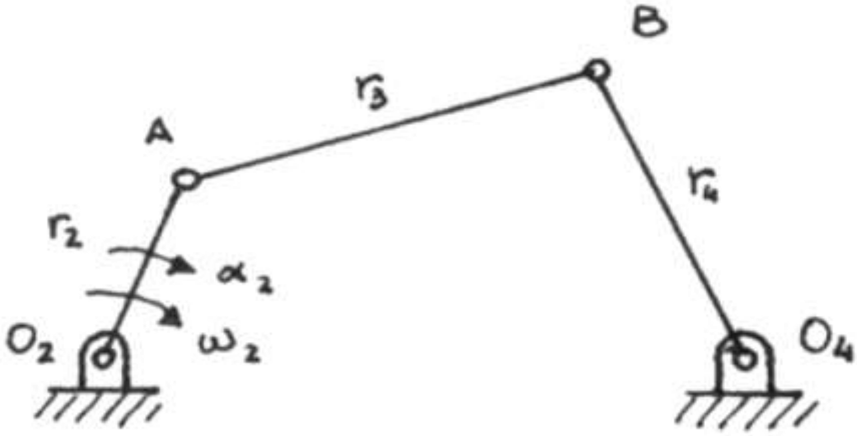
El análisis de aceleración consiste en determinar las aceleraciones, de los eslabones que constituyen el mecanismo, a partir de la posición, velocidad y aceleración de uno de ellos.

En esta sección se muestra como, después de finalizar el análisis de posición y de velocidad de un mecanismo plano, es posible resolver el análisis de aceleración del mecanismo. A continuación se presentan los pasos necesarios para realizar el análisis de aceleración del mecanismo.

MECANISMO DE CUATRO BARRAS

Método Grafico

Supongamos que en el mecanismo de cuatro barras, el eslabón r2 gira, en un instante determinado, con una velocidad angular $\omega 2$, sometido a una aceleración angular $\alpha 2$ constante en sentido horario, tal como se indica en la siguiente figura:



Si analizamos el eslabón r_2 como un sólido rígido girando, con un movimiento de rotación pura alrededor de O_2, tendremos que el vector aceleración total ($\bar{A}_a$) del punto A vendrá dado por la ecuación vectorial:

$$\overrightarrow{A_a} = \overrightarrow{A_{at}} + \overrightarrow{A_{an}}$$

Donde $\bar{A}at$ y $\bar{A}an$ son las aceleraciones tangencial y normal respectivamente.

La dirección del vector $\bar{A}_{at}$ será tangencial a la trayectoria, y su presencia es debida igualmente al cambio de velocidad angular en el tiempo. Mientras que la dirección del vector $\bar{A}_{an}$ señala siempre al centro de rotación, y su presencia se debe a la dirección cambiante del vector velocidad.

Las magnitudes de las componentes tangencial y normal de la aceleración del punto A, recordando el estudio del “cuerpo rígido” vendrán dadas por las expresiones:

$$|\bar{A}_{at}| = \alpha_2 \cdot O_2A \qquad |\bar{A}_{an}| = \omega_2\text{\^{}}2 \cdot O_2A$$

Por tanto la aceleraciones totales del punto A son totalmente conocidas tanto en magnitud, dirección y sentido.

Por otro lado, teniendo en cuenta las aceleraciones relativas, sabemos que vectorialmente:

$$\vec{A}_b = \vec{A}_a + \vec{A}_{ba}$$

Pero teniendo en cuenta el análisis de velocidades para un mecanismo de cuatro barras, es posible calcular la magnitud de $\bar{A}_{abn}$ y de $\bar{A}_{bn}$, a través de:

$$|\bar{A}_{ban}| = \omega_{32}\hat{\ }2 \cdot AB = (V_{ba} / AB)\hat{\ }2 \cdot AB = V_{ba}\hat{\ }2 / AB$$

Para calcular el módulo de $\bar{A}_{bn}$ deberemos tener de nuevo en cuenta el estudio de las velocidades relativas, par ello partiremos de la siguiente expresión vectorial:

$$\vec{A}_{bn} = \vec{A}_{an} + \vec{A}_{ban} \quad =>$$

$$|\bar{A}_{bn}| = \omega_2^{\,2} \cdot O_2A + V_{ba}^{\,2} / AB$$

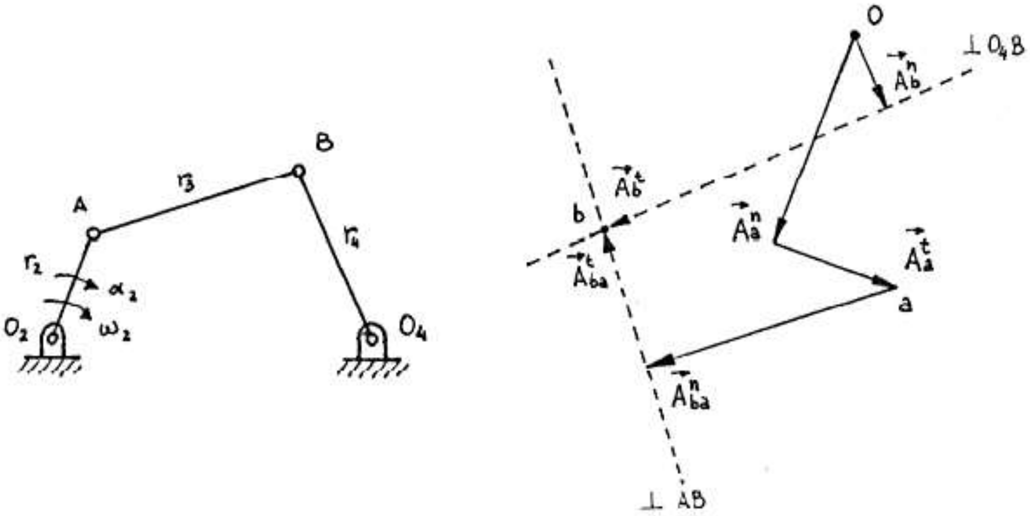
Vamos a resumir, por tanto, en la siguiente tabla, los datos que conocemos:

	$\vec{A}_{bt}$ 1	+	$\vec{A}_{bn}$ 2	=	$[\vec{A}_{at}$ 3	+	$\vec{A}_{an}]$ 4	+	$[\vec{A}_{bat}$ 5	+	$\vec{A}_{ban}]$ 6
Módulo:			$\omega_2^2 \cdot O_2A + V_{ba}^2/AB$		$\alpha_2 \cdot O_2A$		$\omega_2^2 \cdot O_2A$				V_{ba}^2 / AB
Dir. y sentido:	↗		\		↘		↙		↖		↙

Para construir ahora el polígono de aceleraciones, seguiremos los siguientes pasos:

1. A escala y por un punto cualquiera [o] trazaremos $\bar{A}_{at}$ y a continuación $\bar{A}_{an}$ (al extremo de A_a llamamos: [a]).
2. Por [a] trazamos a continuación el vector $\bar{A}_{ban}$ según la dirección de AB.

3. Por el extremo del anterior vector trazaremos una perpendicular a AB.
4. Por O trazaremos el vector $\bar{A}_{bn}$ según la dirección O_4B.
5. Por el extremo del anterior trazaremos una perpendicular a O_4B, y donde corte a la anterior perpendicular nos determinará [b], y con ello $\bar{A}_{bt}$ y $\bar{A}_{bat}$.

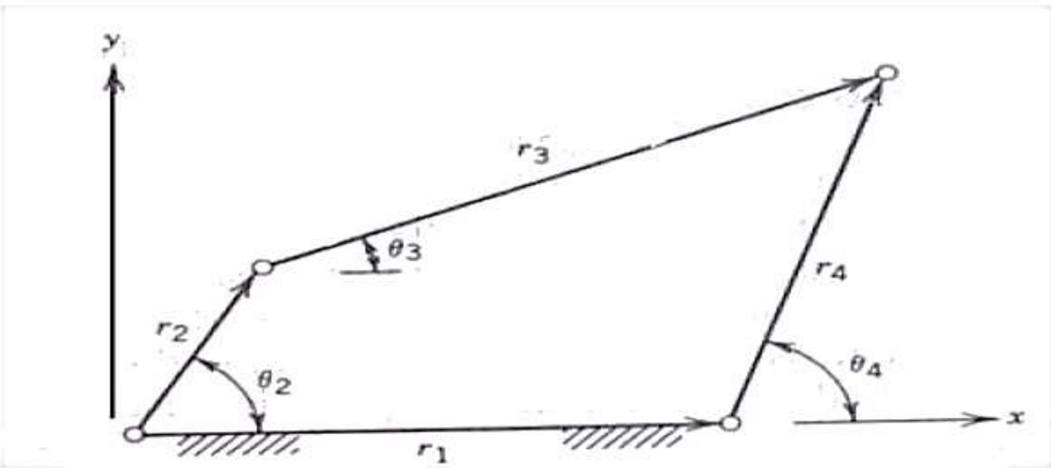


Método Analítico

Si consideramos el mecanismo de cuatro barras de la figura, con el eje X a lo largo del eslabón r_1 (fijo), debido a que el mecanismo es cerrado se cumple que:

Sobre eje X: $r_1 + r_4 \cos \theta_4 - r_2 \cos \theta_2 - r_3 \cos \theta_3 = 0$

Sobre eje Y: $r_4 \operatorname{sen} \theta_4 - r_2 \operatorname{sen} \theta_2 - r_3 \operatorname{sen} \theta_3 = 0$



La ecuación de cierre del circuito, para este mecanismo, escrita en forma de números complejos es:

$$r_2\, e^{i\theta 2} + r_3\, e^{i\theta 3} - r_4\, e^{i\theta 4} - r_1 = 0$$

Esta función se deriva dos veces con respecto al tiempo para obtener la ecuación de la aceleración

$$i\omega_2 r_2 e^{i\theta 2} + i\omega_3 r_3\, e^{i\theta 3} - i\omega_4 r_4\, e^{i\theta 4} = 0 \quad (2)$$

$$-\omega_2{}^2 r_2 e^{i\theta 2} + i\alpha_2 r_2 e^{i\theta 2} - \omega_3{}^2 r_3 e^{i\theta 3} + i\alpha_3 r_3 e^{i\theta 3} + \omega_4{}^2 r_4\, e^{i\theta 4} - - i\alpha_4 r_4 e^{i\theta 4} = 0$$

Al desarrollar su parte real y su parte imaginaria, y simplificar las ecuaciones resultantes, se obtienen las siguientes ecuaciones que solucionan nuestro análisis para la aceleración:

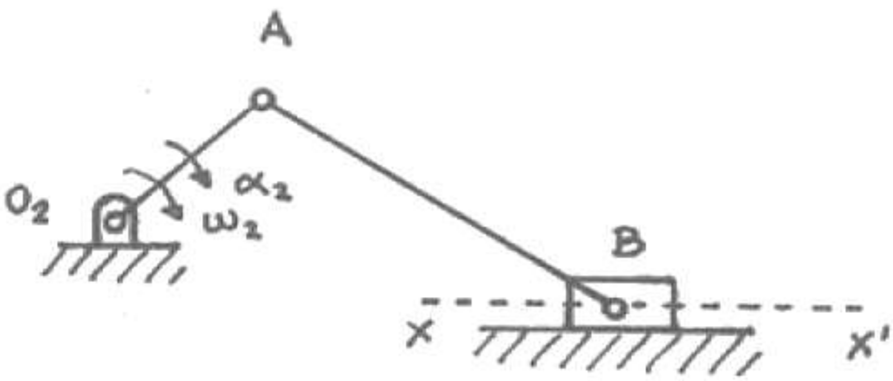
$$\alpha_3 = \alpha_2 \cdot (\omega_3/\omega_2) - \{[r_2\omega_2{}^2\cos(\theta_2\text{-}\theta_4) + r_3\omega_3{}^2\cos(\theta_3\text{-}\theta_4) + r_4\omega_4{}^2]/ /r_3\operatorname{sen}(\theta_3\text{-}\theta_4)\}$$

$$\alpha_4 = \alpha_2 \cdot (\omega_4/\omega_2) + \{[r_2\omega_2{}^2\cos(\theta_2\text{-}\theta_3) + r_4\omega_4{}^2\cos(\theta_3\text{-}\theta_4) + r_3\omega_3{}^2]/ /r_4\operatorname{sen}(\theta_3\text{-}\theta_4)\}$$

Mecanismo Manivela-Biela

Método Grafico

Para analizar las aceleraciones del mecanismo biela-manivela, partiremos de la siguiente figura, y supondremos que el eslabón **O_2A** (manivela) gira con una velocidad angular **ω_2**, al someterlo a una aceleración angular **$\alpha 2$** constante en sentido horario.



Al igual que en los mecanismos de cuatro barras, si analizamos la barra **O_2A** como un solido rígido girando alrededor de **O_2**, tendremos que el vector aceleración total ($\bar{A}_a$) del punto A vendrá dado por la ecuación:

$$\overrightarrow{A_a} = \overrightarrow{A_{at}} + \overrightarrow{A_{an}}$$

Las magnitudes de las componentes tangencial y normal de la aceleración del punto A son:

$$|\bar{A}_{at}| = \alpha_2 \cdot O_2A \qquad |\bar{A}_{an}| = \omega_2{}^{\wedge}2 \cdot O_2A$$

Teniendo en cuenta las aceleraciones relativas, sabemos que vectorialmente:

$$\overrightarrow{A_b} = \overrightarrow{A_a} + \overrightarrow{A_{ba}}$$

Sin embargo de esta ecuación vectorial no conocemos la magnitud A_b pero si la dirección, que será la recta XX'.

Tomando en cuenta los cálculos desarrollados para el análisis de velocidades, se tiene que:

$$|\bar{A}_{ban}| = \omega_3{}^2 \cdot AB = (V_{ba} / AB)^2 \cdot AB = V_{ba}{}^2 / AB$$

En esta ocasión conocemos los parámetros:

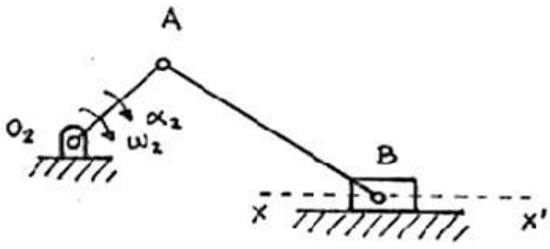
$$\bar{A}_b = [\bar{A}_{at} + \bar{A}_{an}] + [\bar{A}_{bat} + \bar{A}_{ban}]$$

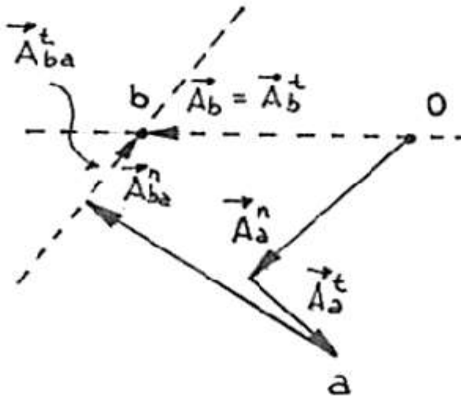
	1	2	3	4	5
M :	no	sí	sí	no	sí
D :	sí	sí	sí	sí	sí

Siendo **M** la magnitud y **D** la dirección

Para trazar el polígono de aceleraciones, deben seguirse los siguientes pasos:

1. A escala y por un punto cualquiera [o] trazaremos $\bar{A}_{at}$ y a continuación $\bar{A}_{an}$ (al extremo de A_a llamamos: [a]).
2. Por [a] trazamos a continuación el vector $\bar{A}_{ban}$ según la dirección de AB.
3. Por el extremo del vector anterior trazaremos una perpendicular a AB.
4. Por O trazaremos una paralela a XX', y donde corte a la anterior perpendicular nos determinara [b], y con ellor $\bar{A}_b$

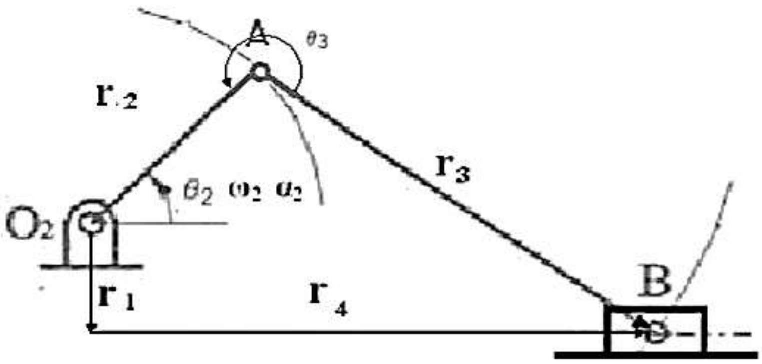




Método Analítico

Para el análisis de posición del mecanismo biela-manivela, se plantea la ecuación de cierre:

$$\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_4 = \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3$$



Al expresar la ecuación en coordenadas polares:

$$\mathbf{r}_1 e^{i\theta 1} + \mathbf{r}_4 e^{i\theta 4} = \mathbf{r}_2 e^{i\theta 2} + \mathbf{r}_3 e^{i\theta 3}$$

Derivando esta ecuación dos veces con respecto al tiempo, se obtiene:

$$\mathbf{a}_4 e^{i\theta 4} = -\,\omega_2{}^2 \mathbf{r}_2 e^{i\theta 2} + i\alpha_2 \mathbf{r}_2 e^{i\theta 2} - \omega_3{}^2 \mathbf{r}_3 e^{i\theta 3} + i\alpha_3 \mathbf{r}_3 e^{i\theta 3}$$

Después de resolver la parte real e imaginaria, y simplificar los resultados, se obtienen las ecuaciones:

$$\alpha_3 = [\omega_2{}^2 sen\theta_2 + \alpha_2 r_2 cos\theta_2 - \omega_3{}^2 r_3 sen\theta_3] \; / \; r_3 cos\theta_3$$

$$\alpha_4 = -r_2 cos\theta_2 - \alpha_2 r_2 sen\theta_2 - \omega_3{}^2 r_3 cos\theta_3 - \alpha_3 r_3 sen\theta_3$$

Las cuales resuelven nuestro análisis para la aceleración en este mecanismo

BIBLIOGRAFIA

- http://www.uhu.es/rafael.sanchez/ingenieriamaquinas/carpetaapuntes.htm/Apuntes%20Tema%202.pdf
- http://www.fimee.ugto.mx/profesores/chema/documentos/An%C3%A1lisis%20y%20S%C3%ADntesis%20de%20Mecanismos/MetodosGraficosDeAnalisisCinematico.pdf
- http://www.fimee.ugto.mx/profesores/chema/documentos/Din%C3%A1mica%20de%20Maquinaria/AnalisisDinamicoMecanismoManivelaBielaCorredera.pdf
- Diseño de maquinaria – Norton. Tercera edición